

# 基于统计学检验指标的燃气轮机部件特性 方程拟合次数的选择

赵雄飞,刘永葆,贺 星,刘建华  
(海军工程大学 船舶与动力学院,武汉 430033)



赵雄飞(1986),男,在读硕士研究生,  
研究方向为燃气轮机性能与故障诊断。

基金项目:国防预研基金(401010  
20102)、“十一五”国防预研基金(401010  
2010504)资助

收稿日期:2011-06-23

**摘要:**针对燃气轮机在数学建模过程中难以确定其部件特性方程最优拟合次数的问题,提出了采用统计学检验指标确定特性方程最优拟合次数的方法。最优拟合次数的选择,使得拟合方程既防止由于拟合次数过高,将测量数据中的噪声也纳入拟合模型,又避免了拟合次数太低所引起的结果粗糙。结果表明:综合运用拟合检验指标,避免了由经验选择拟合次数的局限性,并为特性方程最优拟合次数的选取提供了理论依据。

**关键词:**燃气轮机;特性曲线;曲线拟合;特性方程;检验指标;最优拟合次数

## Selection of Fitting Order Times of Gas Turbine Component Characteristic Equation Based on Statistics Evaluation Indexes

ZHAO Xiong-fei, LIU Yong-bao, HE Xing, LIU Jian-hua

(College of Naval Architecture and Marine Power, Naval University of Engineering,  
Wuhan 430033, China)

**Abstract:** Aiming at determining gas turbine components characteristics equation's optimal fitting order times in the process of establishing the mathematical model of gas turbine, the statistics evaluation indexes was proposed to evaluate the optimal fitting order times. The approach was adopted for avoiding the noise of measurement data, which was brought into fitting model for the fitting order times too high, and it caused imprecise result for fitting order times too low. The results indicate that the limitations of the experience selecting fitting order times can be avoided by using synthetically fitting evaluation indexes. It is provided a theoretical foundation for selecting optimal fitting order times of characteristic equation.

**Key words:** gas turbine; characteristic curve; curve fitting; characteristic equation; fitting evaluation indexes; optimal fitting order times

## 0 引言

在燃气轮机气路故障诊断过程中,针对所给出的燃气轮机各部件特性曲线以及实际工作曲线,建立其部件特性方程,确定研究对象的精确数学模型,是实施正确诊断的必要前提。在一般情况下,采用曲线拟合的方法来建立部件特性方程。周密<sup>[1]</sup>在研究燃气轮机气路故障诊断中,采用最小二乘法对压气机与涡轮部件特性曲线进行拟合,取得了较好的拟合结果; Taik-Min Lee 等<sup>[2]</sup>将精确的双弧线拟合算法应用到非球面加工,拟合结果与球面实际情况吻合,为进一步分析奠定了基础;贺星<sup>[3]</sup>针对燃气轮机性能退化,在建

模过程中采用了改进的麦夸尔特算法拟合部件特性曲线;袁萃等<sup>[4]</sup>在飞行器飞行仿真研究中,应用曲线拟合方法替代插值方法,减少了输入参数数量,从而提高了仿真精度;方前<sup>[5]</sup>对风扇特性曲线进行拟合,考虑了边界约束条件,提高了拟合精度;Verboven.P 等<sup>[6]</sup>对多幅值相应曲线进行拟合,并将拟合结果用于模型的参数估计中,取得了较好的效果;曾嵘<sup>[7]</sup>将 SVM 算法中的回归机应用于曲线拟合过程中,从而对机械故障进行诊断,但在实际拟合过程中,如何选择合适的拟合函数与拟合次数,对其精确度有着至关重要的影响;刘喜超等<sup>[8]</sup>采用偏最小二乘法对压气机特性曲线进行了拟合,并用相对误差和相关系数平方指标评价

了拟合结果;Bo-Suk Yang<sup>[9]</sup>采用均方差、标准差线性关系度来评定拟合精度,均取得了较好的效果。赵世荣<sup>[10]</sup>提出了以训练样本、测试样本误差平方和的平方根作为建模的评价标准来评定所建模型的准确性。

本文以 5 种拟合检验指标,结合所选算法优选出最佳的特性方程拟合次数,使得到的拟合方程在最大程度上反映实际曲线运行规律,从而降低了建模误差。

## 1 统计学检验指标的引入

本文引入 5 个统计学拟合检验指标,以检验特性方程拟合次数是否恰当,并计算得出最佳的拟合次数。

### 1.1 相关系数平方指标 $R^2$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (1)$$

式中: $y_i$  为测量值; $\hat{y}_i$  为拟合值; $\bar{y}$  为样本均值。

相关系数平方越接近 1,拟合效果越好。

### 1.2 均方差指标 RMSE

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{N}} \quad (2)$$

式中: $N$  为实际测量样本总数。

均方差越接近 0,拟合效果越好。

### 1.3 相对误差平方和 SRES

$$SRES = \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right)^2 \times 100\% \quad (3)$$

相对误差平方和越小,拟合效果越好。

### 1.4 检验指标 $Q_1$

$$Q_1 = \chi^2 - (N-n-1) = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sigma_i^2} - (N-n-1) \quad (4)$$

式中: $\sigma_i^2$  为  $y_i$  的方差。

在式(4)中,假设  $y_i$  服从正态分布,卡方系数  $\chi^2$  以自由度  $(N-n-1)$  为期望值。当  $\chi^2 - (N-n-1)$  越小,则拟合精度越高;在  $(N-n-1)$  附近时,拟合是合理的。反之,当  $\chi_{\min}^2 \gg (N-n-1)$ ,则可能是由选择的拟合函数形式不合适、方差估计太小、样本误差等原因造成。其中  $n+1$  是多项式系数的数目。由于本文数据是通过部件特性曲线离散化后得到的结果,所以忽略后 2 种因素,检验指标  $Q_1$  主要检验拟合函数是否符合样本本身的内在规律。

### 1.5 检验指标 $Q_2$

$$Q_2 = 1 - P(\chi^2 < (N-n-1)) = 1 - \int_0^{\chi^2} \frac{t^{(N-n-2)/2} e^{-t/2}}{2^{(N-n-1)/2} \Gamma((N-n-1)/2)} dt \quad (5)$$

式中: $\Gamma(\cdot)$  为伽马函数,即  $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{\alpha-1} dt$ 。

该检验指标  $Q_2$  与 0.5 接近,则表示多项式拟合次数适当。

## 2 拟合模型的选择

对于一般的特性曲线,通常采用多项式模型对数据进行描述,对于拟合目标形如  $y(x) = f(a, x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + L + a_n x + a_{n+1}$  的  $n$  阶多项式模型,通常要求取参数  $a_1, a_2, L, a_n, a_{n+1}$  使下面的相对误差  $\psi^2$  量最小。

$$\psi^2(a) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - f(a, x_i)}{\Delta y_i} \right)^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_i - (a_1 x_i^n + a_2 x_i^{n-1} + L + a_n x_i + a_{n+1})}{\Delta y_i} \right)^2 \quad (6)$$

在  $\Delta y_i = \Delta y$  不变的假设下得到式(6)的最小解为

$$\hat{a} = V \backslash y \quad (7)$$

$$\text{其中 } \hat{a} = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N^2 & x_N & 1 \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}。$$

对于  $\hat{a}$  的不确定性(离差)为

$$\sigma(\hat{a}) = \text{diag}((V^T V)^{-1})^{-\frac{1}{2}} \cdot \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta y \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (8)$$

通过对特性曲线进行多项式拟合得到特性方程。其实质是多元回归问题,一般采用结合法<sup>[11]</sup>或 2 步法<sup>[12]</sup>,本文采用 2 步法对部件特性曲线进行拟合。

## 3 算例分析

### 3.1 拟合次数的选择

以某型 3 轴燃气轮机的高压压气机为例,其结构如图 1 所示<sup>[13]</sup>,压气机通用特性曲线如图 2 所示。从图 2 中可见,高压压气机折合流量  $G_{CH} \sqrt{T_2^*} / P_2^*$  与高压压气机压比  $\pi_{CH}^*$  和折合转速  $n_{CH} / T_2^*$  存在一定的函数关系。将压气机压比与折合转速作为自变量,而将折合流量作为因变量,4 个参数之间存在如下关系

$$G_{CH} \sqrt{T_2^*} / P_2^* = f(\pi_{CH}^*, n_{CH} / T_2^*) \quad (9)$$

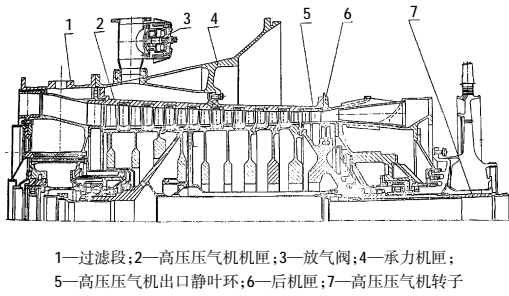


图 1 高压压气机结构

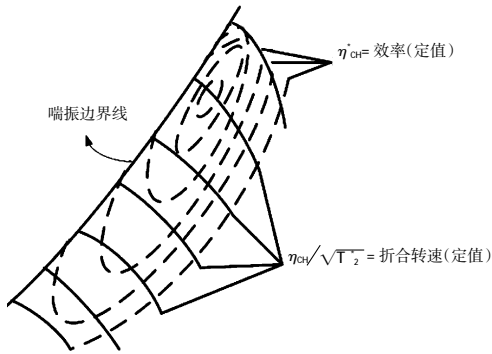


图 2 压气机特性曲线

用多项式进行曲线拟合,当最高次数  $n \geq 7$  时,经过大量计算及理论分析均表明其方程的系数矩阵是严重病态的。所以考虑最高次数  $n \leq 6$  时对高压压气机的 1.0 工况等转速线上的“折合流量 - 压比”关系曲线进行研究,并按照拟合检验指标寻找并确定“折合流量 - 压比”之间的最佳函数关系,其结果见表 1。

表 1 不同最高拟合次数检验指标值

指标	最高次数 n					
	1	2	3	4	5	6
$R^2$	0.9359	0.9989	0.9995	0.9996	0.9998	0.9999
RMSE	0.0872	0.0113	0.0080	0.0075	0.0050	0.0031
SRES	0.2778	0.0050	0.0026	0.0022	$9.8718e-10$	$3.8421e-10$
$Q_1$	945.3251	34.2810	0.3521	1.4344	-3.4524	-6.7329
$Q_2$	0.0000	0.0001	0.4532	0.3288	0.7943	0.9563

从表 1 中可见,随着拟合次数  $n$  的增加, $R^2$ 、RMSE、SRES 呈越来越好的趋势。由此表明,在特性曲线多项式拟合中,随着拟合次数的增加,精度提高。但是,从  $Q_1$ 、 $Q_2$  可知,在  $n \geq 4$  时的拟合过程中出现过拟合,拟合曲线纳入了噪声,所以,在保证拟合精度的前提下有避免纳入噪声的原则,这里选择  $n=3$  作为该曲线的最佳拟合次数。

### 3.2 拟合误差分析

选择  $n=3$  作为部件特性方程的拟合次数,可以得

到该测量值与拟合值的相对误差,如图 3 所示。

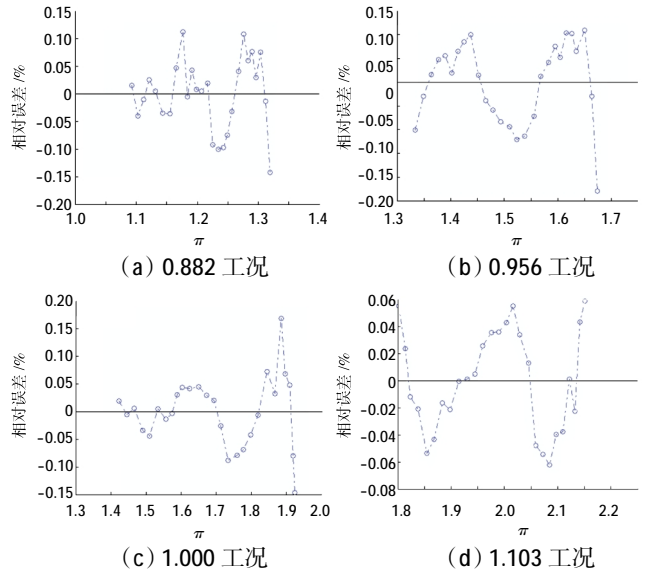


图 3  $n=3$  时拟合值与测量值间的相对误差

从图 3 中可见,当选择  $n=3$  时,对应的各工况下的最大误差为 0.2%,其结果满足拟合精度。根据上述分析,绘出在拟合曲线中原数据点与拟合点的对比曲线,并给出其残差分布情况,其结果如图 4 所示。

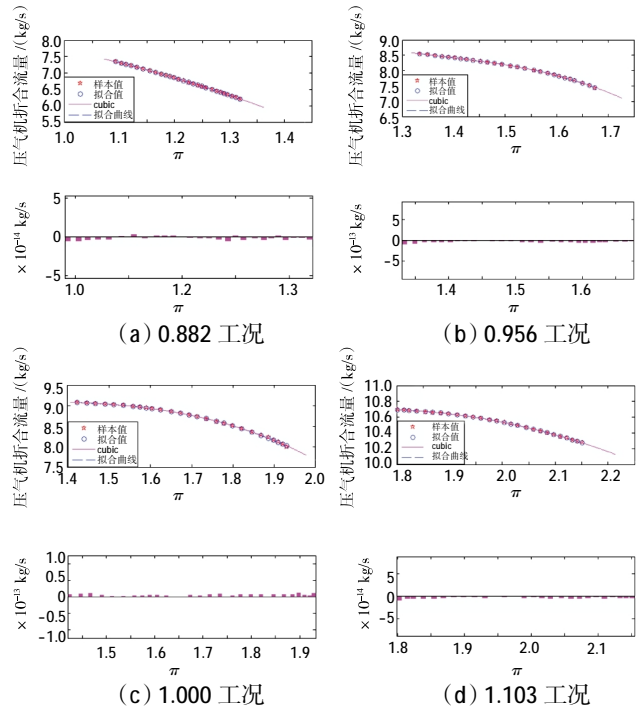


图 4  $n=3$  时的压气机特性曲线拟合结果与残差分布

从图 4 中可见,通过正确地选择拟合次数,其所得到的拟合曲线残差为  $\pm 5 \times 10^{-13}$ ,拟合效果较好。

### 3.3 拟合结果

上述分析可知压气机折合流量是关于压比与折

合转速的函数,所以首先通过 1 次拟合分别得到各工况下关于“折合流量 - 压比”之间的函数关系

$$\bar{G}_{CH}=2.5362\pi_{CH}^3-12.887\pi_{CH}^2+14.971\pi_{CH}+3.061 \quad (10)$$

$$\bar{G}_{CH}=-14.698\pi_{CH}^3+60.338\pi_{CH}^2-84.55\pi_{CH}+48.855 \quad (11)$$

$$\bar{G}_{CH}=-2.87\pi_{CH}^3+10.389\pi_{CH}^2-12.529\pi_{CH}+14.135 \quad (12)$$

$$\bar{G}_{CH}=0.049276\pi_{CH}^3-2.9917\pi_{CH}^2+10.044\pi_{CH}+2.0203 \quad (13)$$

然后对式中的各项系数进行 2 次拟合,得到关于“压比 - 折合转速”之间的函数关系

$$\pi_{CH}=0.2093\bar{n}_{CH}^3+36.61\bar{n}_{CH}^2-1585\bar{n}_{CH}+2.637 \times 10^4 \quad (14)$$

$$\pi_{CH}=0.8833\bar{n}_{CH}^3+133.4\bar{n}_{CH}^2-6689\bar{n}_{CH}-1.114 \times 10^5 \quad (15)$$

$$\pi_{CH}=-1.241\bar{n}_{CH}^3+187.4\bar{n}_{CH}^2-9397\bar{n}_{CH}+1.564 \times 10^5 \quad (16)$$

$$\pi_{CH}=0.5865\bar{n}_{CH}^3-88.57\bar{n}_{CH}^2+4400\bar{n}_{CH}-7.387 \times 10^4 \quad (17)$$

经过上述 2 步拟合之后,最终可以得到“折合流量 - 压比 - 折合转速”之间的函数关系式

$$\begin{aligned} \bar{G}_{CH}= & (-0.2093\bar{n}_{CH}^3-36.61\bar{n}_{CH}^2+1585\bar{n}_{CH}+2.637 \times 10^4)\pi_{CH}^3+ \\ & (0.8833\bar{n}_{CH}^3+133.4\bar{n}_{CH}^2+6689\bar{n}_{CH}-1.114 \times 10^5)\pi_{CH}^2+ \\ & (-1.241\bar{n}_{CH}^3+187.4\bar{n}_{CH}^2-9397\bar{n}_{CH}+1.564 \times 10^5)\pi_{CH}+ \\ & (0.5865\bar{n}_{CH}^3-88.57\bar{n}_{CH}^2+4400\bar{n}_{CH}-7.387 \times 10^4) \quad (18) \end{aligned}$$

#### 4 结论

本文将 5 个统计学拟合检验指标引入燃气轮机部件特性方程的拟合过程中,通过实际算例分析得出了最佳的拟合次数。分析表明:所选择的拟合次数能够较好的对曲线的实际情况进行描述。得到拟合值与测量值的相对误差为  $\pm 0.2\%$ ,残差范围为  $\pm 5 \times 10^{-13}$ ,进一步证明了拟合误差小,与曲线吻合度高。综合应用上述检验指标所获得的特性方程的最佳拟合次数具有可行性与可靠性。引入检验指标避免了在拟合过

程中经验化选择拟合次数的问题,为特性曲线拟合次数从定性选择过渡到定量计算提供了 1 条可行之路。

#### 参考文献:

- [1] 周密. 基于信息融合技术的燃气轮机气路故障诊断研究[D]. 武汉:海军工程大学,2009.
- [2] Lee T M, Lee E K, Yang M Y. Precise bi-arc curve fitting algorithm for machining an aspheric surface [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2007, 31 (11-12): 1191-1197.
- [3] 贺星. 基于热力学功势的燃气轮机性能退化研究[D]. 武汉:海军工程大学,2010.
- [4] 袁萃,杨青真,陈立海. 飞行器特性曲线拟合与飞行仿真研究[J]. 计算机仿真, 2008, 25(2): 53-57.
- [5] 方前. 航空发动机系统建模与故障诊断研究[D]. 西安:西北工业大学,2005.
- [6] Verboven P, Guillaume P, Cauberghe B. Multivariable frequency-response curve fitting with application to modal parameter estimation [J]. Automatic, 2005, 41 (10): 1773-1782.
- [7] 曾嵘. 支持向量机在设备故障诊断中的应用研究 [D]. 长沙:中南大学,2007.
- [8] 刘喜超,唐胜利. 基于偏最小二乘法的压气机特性曲线的拟合[J]. 汽轮机技术, 2006, 48(5): 327-329.
- [9] Suk B Y, Widodo A. Support vector machine for machine fault diagnosis and prognosis [J]. Journal of System Design and Dynamics. 2008, 2(1): 12-23.
- [10] 赵世荣. 航空发动机自适应建模及故障诊断[D]. 南京:南京航空航天大学,2007.
- [11] 翁史烈. 燃气轮机性能分析 [M]. 上海:上海交通大学出版社, 1987.
- [12] 刘永葆. 舰用燃气轮机 [M]. 武汉:海军工程大学出版社, 2007.

(上接第 6 页)用真实的应力应变曲线。

(2) 本文所提出的与材料延伸率相联系的轮盘的破裂准则可以较精确地描述轮盘的破裂行为。用弹塑性、大应变、大变形的非线性有限元方法可以较精确地描述轮盘破裂前的变形行为,并能清晰表示出轮盘破裂的最薄弱部位。

(3) 2 维轴对称有限元模型简单、计算速度快,可以较准确地预测轮盘沿子午面和圆柱面的破裂行为。但由于在 2 维轴对称模型中对叶片和轮缘凸块的作用只能作为用在轮缘上的等效面力来模拟,所以不能描述榫齿连接部位的破裂行为,此时必须用 3 维有限

元模型,盘榫连接部位采用接触边界条件来描述。

#### 参考文献:

- [1] 洪其麟,王屏. 计算轮盘破裂转速大变形解析法[J]. 航空动力学报, 1990, 5(4): 321-324.
- [2] 郑祺选. 轮盘破裂转速试验研究 [J]. 航空动力学报, 1990, 5 (4): 318-320.
- [3] 古爱军,张学仁. 轴流式轮盘破裂转速的数值计算方法[J]. 航空动力学报, 2001, 16(3): 287-290.
- [4] 航空发动机设计用材料数据手册编委会. 航空发动机设计用材料数据手册:第 3 册[M]. 北京:航空工业出版社,2008.
- [5] 机械工程材料性能数据手册编委会. 机械工程材料性能数据手册[M]. 北京:机械工业出版社,1995.